

Collège Catherine de Vivonne
BREVET BLANC DE MATHÉMATIQUES 2014
Correction

Exercice 1 : 5 pts

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 1.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Soustraire le carré du nombre de départ.
- Soustraire 1.

1. a. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est 10 et montrer qu'on obtient 20 .

$$10+1 = 11 \text{ puis } 11^2 = 121 \text{ puis } 121-10^2 = 121-100 = 21 \text{ puis } 21-1 = \boxed{20}$$

- b. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est -3 et montrer qu'on obtient -6
 $-3+1 = -2$ puis $(-2)^2 = 4$ puis $4-(-3)^2 = 4-9 = -5$ puis $-5-1 = \boxed{-6}$

- c. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est 1,5 .

$$1,5+1 = 2,5 \text{ puis } 2,5^2 = 6,25 \text{ puis } 6,25-1,5^2 = 6,25-2,25 = 4 \text{ puis } 4-1 = \boxed{3}$$

2. Quelle conjecture peut-on faire à propos du résultat fourni par ce programme de calcul ? Démontrer cette conjecture.

Il semble que l'on trouve toujours le double du nombre choisi au départ.

Démonstration : j'appelle x le nombre choisi au départ :

$$(x+1)^2 - x^2 - 1 = (x+1)(x+1) - x^2 - 1 = x^2 + x + x + 1 - x^2 - 1 = x + x = \boxed{2x}$$

Exercice 2: 3,5 pts

1. Les nombres 555 et 240 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

555 et 240 sont tous les deux divisibles par 5, donc ils ne sont pas premiers entre eux, car leur PGCD est différent de 1.

2. Ecrire la fraction $\frac{555}{240}$ sous la forme la plus simple possible. Expliquer la démarche.

Je cherche le PGCD de 555 et 240 à l'aide de l'algorithme d'Euclide :

Dividende	Diviseur	Reste
555	240	75
240	75	15
75	15	0

Le PGCD de 555 et 240 est le dernier reste non nul : 15

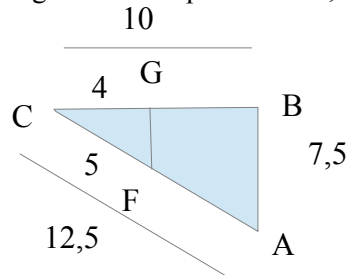
De plus, $\frac{555}{15} = 37$ et $\frac{240}{15} = 16$ donc $\frac{555}{240} = \frac{15 \times 37}{15 \times 16} = \boxed{\frac{37}{16}}$

3. Utiliser la réponse de la question 2. pour calculer $\frac{555}{240} + \frac{3}{16}$.
Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\frac{555}{240} + \frac{3}{16} = \frac{37}{16} + \frac{3}{16} = \frac{40}{16} = \frac{8 \times 5}{8 \times 2} = \boxed{\frac{5}{2}}$$

Exercice 3: 6,5 pts

1. Construire un triangle ABC tel que : AB = 7,5 cm; BC = 10 cm et AC = 12,5 cm.



2. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

Dans le triangle ABC, $AC^2 = 12,5^2 = 156,25$

et $BC^2 + BA^2 = 10^2 + 7,5^2 = 100 + 56,25 = 156,25$

Donc $AC^2 = BC^2 + BA^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en B

3. a. Construire le point F appartenant au segment [AC] tel que CF = 5 cm.
b. Construire le point G appartenant au segment [BC] tel que CG = 4 cm.
4. Montrer que les droites (AB) et (FG) sont parallèles.

Dans le triangle ABC, $G \in (BC)$ et $F \in (AC)$

$$\frac{CG}{CB} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \quad \text{et} \quad \frac{CF}{CA} = \frac{5}{12,5} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} \quad \text{donc} \quad \frac{CG}{CB} = \frac{CF}{CA}$$

De plus les points C, G, B et C, F, A sont alignés dans le même ordre, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(AB) \parallel (FG)$

5. Montrer que la longueur FG est égale à 3 cm.

Dans le triangle ABC, $G \in (BC)$ et $F \in (AC)$ et $(AB) \parallel (FG)$, donc d'après le théorème de Thalès,

$$\frac{CG}{CB} = \frac{CF}{CA} = \frac{FG}{AB} = \frac{2}{5} \quad \text{donc} \quad \frac{FG}{AB} = \frac{2}{5} \quad \text{donc} \quad \frac{FG}{7,5} = \frac{2}{5} \quad \text{donc} \quad FG = \frac{2 \times 7,5}{5} = 3 \text{ cm}$$

Exercice 4: 2 pts

Pour chacune des affirmations, entourer le V (si l'affirmation est vraie) ou le F (si l'affirmation est fausse).
Les réponses ne seront pas justifiées.

Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point.

L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Si le total des points est négatif, la somme globale attribuée à l'exercice est 0.

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{7}{5}x$	
a. f est une fonction linéaire	* V
b. L'image de 15 par f est un nombre entier.	* V
c. L'antécédent de 1 par f est $\frac{7}{5}$	* F
d. Le point A (5 ; 7) est sur la représentation graphique de f	* V

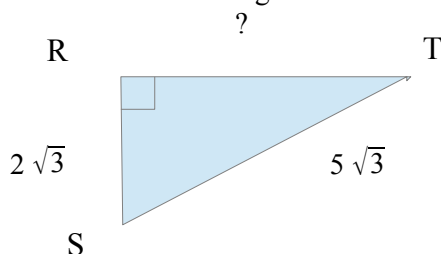
Exercice 5: 4 pts

1. Donner la forme simplifiée de $(2\sqrt{3})^2$; $(3\sqrt{7})^2$ et $\sqrt{75}$
(Donner toutes les étapes des simplifications.)

$$(2\sqrt{3})^2 = 2^2 \times \sqrt{3}^2 = 4 \times 3 = 12 \quad \text{et} \quad (3\sqrt{7})^2 = 3^2 \times \sqrt{7}^2 = 9 \times 7 = 63$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

2. a) Soit un triangle RST rectangle en R, n tel que $RS = 2\sqrt{3}$ et $ST = 5\sqrt{3}$.
Calculer la longueur RT.



Le triangle RST est rectangle en R, donc d'après le théorème de Pythagore

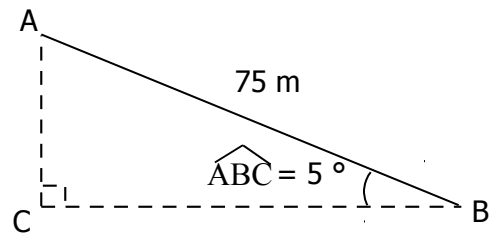
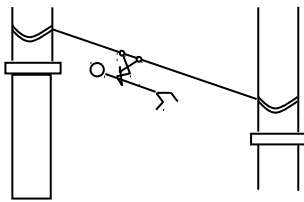
$$\begin{aligned} ST^2 &= RS^2 + RT^2 \\ \text{donc } (5\sqrt{3})^2 &= (2\sqrt{3})^2 + RT^2 \\ 75 &= 12 + RT^2 \\ \text{donc } RT^2 &= 75 - 12 = 63 \\ \text{donc } RT &= \sqrt{63} \text{ cm} \end{aligned}$$

- b) Sophie a trouvé $7\sqrt{3}$ cm, a-t-elle raison ? Pourquoi ?

$$\sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = \sqrt{9} \times \sqrt{7} \quad \text{donc } RT = 3\sqrt{7} \text{ cm} \quad \text{Sophie a tort.}$$

Exercice 6: 4 pts

Dans un parc d'activités, une épreuve consiste à parcourir une certaine distance, entre deux arbres, avec une tyrolienne (sorte de poulie qui permet de glisser le long d'un câble).



La situation est schématisée par le triangle rectangle ABC ci-après, où A et B désignent les points de fixation du câble sur les arbres, le segment [AB] représentant le câble.

On sait que le câble mesure 75 m de long, qu'il fait un angle de 5° avec l'horizontale représentée par le segment [BC] sur le schéma.

- En utilisant une relation trigonométrique, calculer la valeur arrondie au centimètre de la distance BC entre les deux arbres.

Le triangle ABC est rectangle en C donc $\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$ donc $\cos 5^\circ = \frac{BC}{75}$
 donc $BC = 75 \times \cos 5^\circ \approx 74,71$ m

- En utilisant une relation trigonométrique, calculer l'arrondi au centimètre de la différence de hauteur entre les deux plates-formes, représentée par [AC] sur le schéma.

Le triangle ABC est rectangle en C donc $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$ donc $\sin 5^\circ = \frac{AC}{75}$
 donc $AC = 75 \times \sin 5^\circ \approx 6,54$ m

Exercice 7: 4 pts

La copie d'écran ci-après montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions g et h définies par: $g(x) = 5x^2 + x - 7$ et $h(x) = 2x - 7$.

	B2		= 5*B1*B1+B1-7			
	A	B	C	D	D	F
1	x	-2	-1	0	1	2
2	$g(x) = 5x^2 + x - 7$	11	-3	-7	-1	15
3	$h(x) = 2x - 7$	-11	-9	-7	-5	-3

- Donner un nombre qui a pour image -1 par la fonction g :

1 a pour image -1 par la fonction g

- Ecrire les calculs montrant que $g(-2)=11$:

$$g(-2) = 5(-2)^2 + (-2) - 7 = 5 \times 4 - 9 = 20 - 9 = 11$$

- Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

Dans la cellule B3, Camille a saisi: $= 2*B1-7$ ou $= B1+B1-7$

Exercice 8 : 7 pts

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes.

Jérémy visite Londres avec ses parents. Ils décident d'aller au « London Eye », la grande tour panoramique de Londres.



Document 1 Information sur les cinq grandes roues touristiques du monde.

NOM	HAUTEUR	ANNEE DE CONSTRUCTION	PAYS	VILLE
La grande roue de Pékin (Beijing Great Wheel)	208 m	2009	Chine	Beijing
Singapore Flyer	165 m	2008	Singapour	Singapour
London Eye	135 m	1999	Royaume Uni	Londres
Tempozan Harbor Village Ferris Wheel	112,5 m	1997	Japon	Osaka
Grande roue de Paris	60 m	2010	France	Paris

Document 2 Extrait du dépliant touristique du London Eye :

- Le London Eye accueille une moyenne de 3,5 millions de visiteurs chaque année.
- Horaires d'ouverture: 10h – 21h30.
- Fermé du 3 au 8 janvier et le 25 décembre.
- La grande roue, véritable triomphe de la technologie, haute de 135 m pour une masse totale de 2 100 tonnes, constitue un nouveau point de repère spectaculaire au bord de la Tamise.
- Pendant un tour complet d'une durée de 30 minutes, les visiteurs sont installés dans 32 cabines fermées qui peuvent contenir chacune 25 personnes maximum; ils découvrent une vue exceptionnelle s'étendant sur 20 km à la ronde !

Première partie : 2pts

Utiliser les documents 1 et 2 ci-après, pour répondre aux questions de cette partie.

- 1- Est-il vrai que le London Eye est plus de deux fois plus haut que la grande roue installée à Paris en août 2010?
Oui, c'est vrai, puisqu'elle mesure 135 m et celle de Paris mesure 60 m et $60 \times 2 = 120$ m
- 2- Quelle est la différence de hauteur entre le London Eye et la grande roue de Pékin?
 $208 - 135 = 73$ m
- 3- Combien de temps dure un tour complet de la roue dans le London Eye? **30 min**
- 4- Combien de personnes au maximum peuvent se trouver ensemble dans le London Eye?
 $32 \times 25 = 800$ personnes

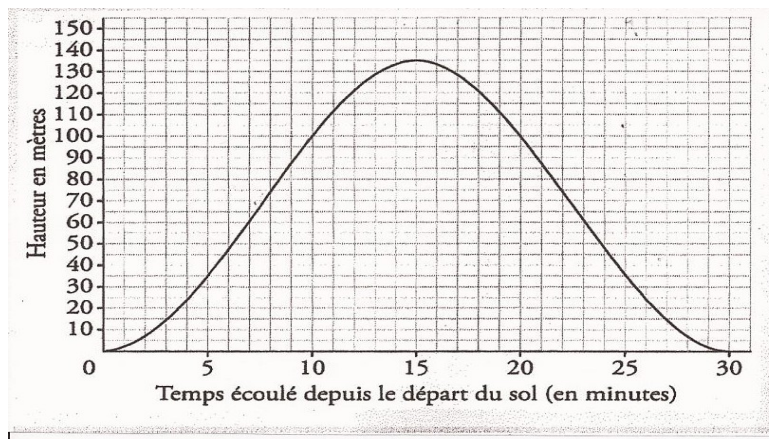
Deuxième partie : 5 pts

La roue est un cercle dont le diamètre est égal à 134 m et la cabine est un point sur le cercle.

- 1- Une cabine du London Eye quitte le sol à 14h40.
A quelle heure y reviendra-t-elle après avoir fait un tour ?

$$14\text{H} + 40 \text{ min} + 30 \text{ min} = 14\text{h} + 40 \text{ min} + 20 \text{ min} + 10 \text{ min} = 15\text{h} + 10\text{min} = \mathbf{15\text{h}10}$$

- 2- **Document 3:** Le tour de roue d'une cabine du London Eye.
Le graphique ci-dessous représente la hauteur, par rapport au sol, à laquelle se trouve une cabine du London Eye en fonction du temps écoulé depuis que cette cabine a quitté le sol. La hauteur est mesurée en mètres et le temps est mesuré en minutes.



- a) Donner une valeur approchée de la hauteur à laquelle se trouve la cabine cinq minutes après son départ : **35 m**

- b) Si la cabine a quitté le sol à 16h et ne fait qu'un tour, à quelles heures se trouve-t-elle à 60 mètres de hauteur ?

Elle se trouve à 60 m de hauteur à **16h07 et à 16h23**. (7 min puis 23 min après son départ.)

- c) Au cours des quinze premières minutes de la montée, la hauteur à laquelle se trouve la cabine est-elle proportionnelle au temps écoulé depuis son départ du sol?

Non, car le graphique **n'est pas une droite**.

- d) Donner une estimation de la durée pendant laquelle la cabine sera à plus de 100 m de hauteur par rapport au sol pendant un tour.

Environ pendant 10 minutes.

- 3- Calculer le périmètre de la roue. Donner le résultat arrondi au mètre près.

$$P = 134 \times \pi \approx 134 \times 3,14 \approx \mathbf{421 \text{ m}}$$

- 4- La roue tourne à vitesse constante. Est-il exact que la cabine se déplace à moins de 1 km/h?
(Toute trace de recherche sera prise en compte.)

$$V = \frac{\text{Distance}}{\text{temps}} = \frac{421 \text{ m}}{30 \text{ min}} = \frac{0,421 \text{ km}}{0,5 \text{ h}} = \mathbf{0,842 \text{ km/h}}$$

La cabine se déplace bien à moins de 1 km/h