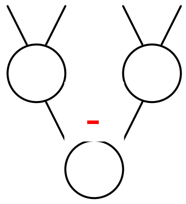
I) Reconnaître une somme, une différence, un produit ou un quotient.

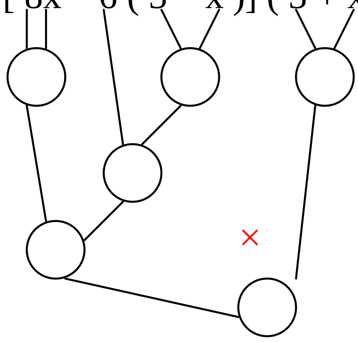
Pour reconnaître la nature d'une expression numérique ou littérale, on imagine l'arbre de calcul que l'on ferait si on voulait la calculer en respectant les priorités.
On tient compte de la ou les dernières opérations de la même famille que l'on aurait effectuées :

$5 \times 3 - 2 : 2$



La dernière opération qui serait effectuée est une soustraction. Cette expression est donc une différence de deux termes.

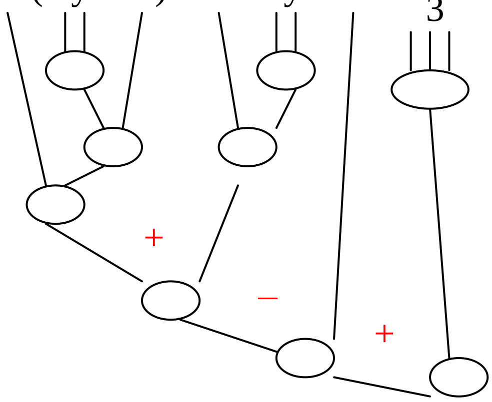
$[\,8x - 6\,(\,3 - x\,)]\,(\,3 + x\,)$



La dernière opération qui serait effectuée est une multiplication. Cette expression est un produit de deux facteurs.

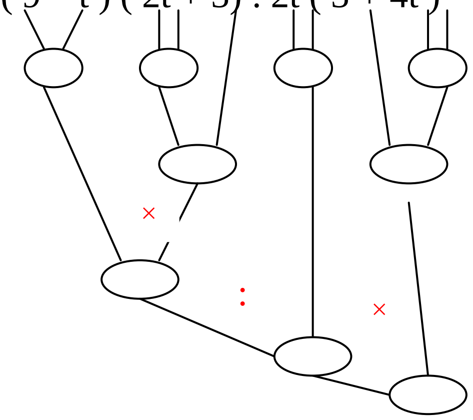
! Remarque : Si on a une suite d'addition et de soustractions, on dit que l'expression est une somme.
Si on a une suite de multiplications et de divisions, on dit que l'expression est un produit.

$4\,(\,7y - 3\,) + 5 \times 9y - 10 + \dfrac{5y}{3}$



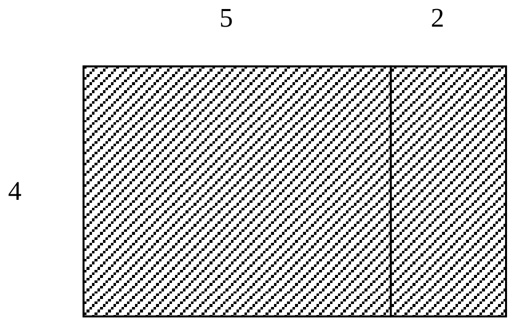
Somme de trois termes.

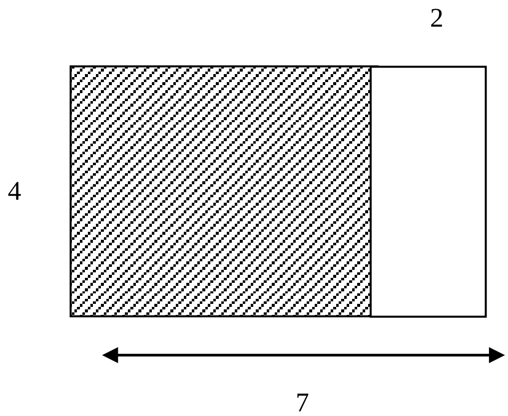
(9 – t) (2t + 3) : 2t (3 + 4t) produit de trois facteurs.



II) Règle de passage d'un produit à une somme et vice-versa.

Exemple :
Dans les deux cas suivants, calculer l'aire hachurée de deux manières différentes : (Les dimensions sont en cm)





Première manière :

$A = 4 \times 5 + 4 \times 2$
$A = 20 + 8$
$\boxed{A = 28 \text{ cm}^2}$

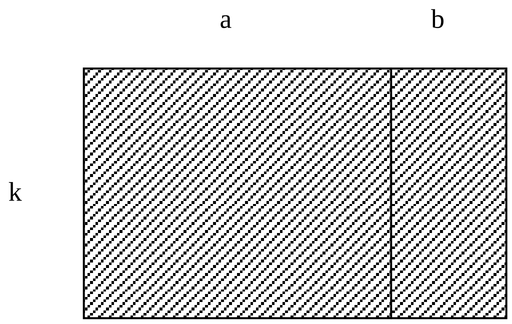
$A = 4 \times 7 - 4 \times 2$
$A = 28 - 8$
$\boxed{A = 20 \text{ cm}^2}$

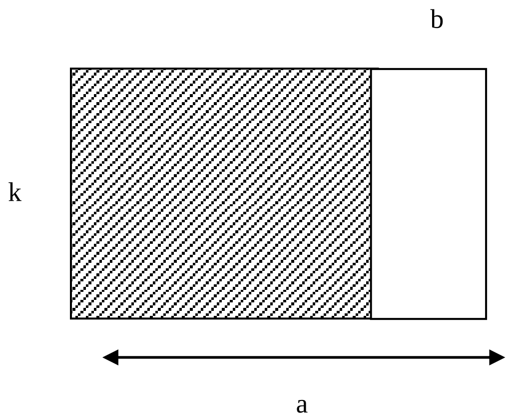
Deuxième manière :

$A = 4 (5 + 2)$
$A = 4 \times 7$
$\boxed{A = 28 \text{ cm}^2}$

$A = 4 (7 - 2)$
$A = 4 \times 5$
$\boxed{A = 20 \text{ cm}^2}$

Généralisation :





Première manière :

A = ka + kb

A = ka – kb

Deuxième manière :

A = k (a + b)

A = k (a – b)

Règle :

Quels que soient les nombres a, b et k,

k (a + b) = ka + kb ou ka + kb = k (a + b)

k (a – b) = ka – kb ka – kb = k (a – b)

produit $\longrightarrow$ somme somme $\longrightarrow$ produit

Développer Factoriser

Exemples :

- Développer les expressions numériques suivantes :

$5 (4 + 3) = 5 \times 4 + 5 \times 3$

$8 (6 – 1) = 8 \times 6 – 8 \times 1$

$(7 + 2) \times 4 = 7 \times 4 + 2 \times 4$

$(9 – 5) \times 7 = 9 \times 7 – 5 \times 7$

- Factoriser les expressions numériques suivantes :

$\underline{10} \times 5 + \underline{10} \times 7 = \underline{10}\,(5 + 7)$

$\underline{8} \times 6 - \underline{8} \times 4 = \underline{8}\,(6 - 4)$

$9 \times \underline{4} - 6 \times \underline{4} = \underline{4}\,(9 - 6)$

$\underline{12} \times 7 + 5 \times \underline{12} = \underline{12}\,(7 + 5)$

- Développer et simplifier les expressions littérales suivantes :

$8 (5 - x) = 8 \times 5 - 8 \times x = \boxed{40 - 8x}$

$9 (y + 7) = 9 \times y + 9 \times 7 = \boxed{9y + 63}$

$(t - 6) \times 2 = t \times 2 - 6 \times 2 = \boxed{2t - 12}$

$(3m + 5) \times 4 = 3m \times 4 + 5 \times 4 = \boxed{12m + 20}$

$5y (2y - 5) = 5y \times 2y - 5y \times 5 = \boxed{10 y^2 - 25 y}$

- Factoriser les expressions littérales suivantes :

$\underline{8}\, y + \underline{8}\, z = \boxed{\underline{8}\,(y + z)}$

$\underline{t}\, m\, \underline{n} - z\, \underline{n\, t} = \boxed{\underline{n\, t}\,(m - z)}$

$7 x - 21 y = \underline{7}\, x - \underline{7} \times 3 y = \boxed{\underline{7}\,(x - 3 y)}$

$9 x^2 z y + 9 x z^2 y - 9 x z y^2 = \underline{9}\, x\, \underline{x\, z\, y} + \underline{9\, x}\, z\, \underline{z\, y} - \underline{9\, x\, z\, y}\, y$
$= \boxed{9xyz (x + z - y)}$

- Cas particulier de factorisation avec simplification possible : réduction d'une somme.

$8\,y - 5\,y = (8-5) \times y = \boxed{3y}$

$9\,z - 3\,z + 7\,z = (9-3+7) \times z = \boxed{13\,z}$

! Remarque : Pour réduire une somme, on trie les termes, on les déplace en faisant bien suivre le signe qui les précède, on met ensemble ceux qui contiennent la même inconnue, puis on factorise ou calcule chaque morceau obtenu.

$10\,t + 3 + 4\,t + 7 = 10\,t + 4\,t + 3 + 7 = (10+4) \times t + 10 = \boxed{14\,t + 10}$

$13\,x^2 + 5\,x - 3\,x^2 + 8 - 2x - 1 = 13\,x^2 - 3\,x^2 + 5\,x - 2\,x + 8 - 1$
$= \boxed{10\,x^2 + 3x + 7}$

III) Application au calcul mental .

- $47 \times 99 = 47\,(100 - 1) = 47 \times 100 - 47 \times 1 = 4700 - 47 = \boxed{4653}$
- $6 \times 183 + 6 \times 17 = 6\,(183 + 17) = 6 \times 200 = \boxed{1200}$

Exemples :

Choisir la manière de calculer sans poser d'opération :

$(100 - 1) \times 25$	ou	$100 \times 25 - 1 \times 25$
$43\,(7 + 3)$	ou	$43 \times 7 + 43 \times 3$
$23\,(10 + 2)$	ou	$23 \times 10 + 23 \times 2$

125 (37 – 17)	ou	$125 \times 37 - 125 \times 17$
14 (2 + 0.5)	ou	$14 \times 2 + 14 \times 0.5$
16 (7.5 – 5.5)	ou	$16 \times 7.5 - 16 \times 5.5$

Calculer mentalement :

$99 \times 25 =$	$47 \times 7 + 47 \times 3 =$
$23 \times 12 =$	$125 \times 37 - 125 \times 17 =$
$14 \times 2 .5 =$	$16 \times 7.5 - 16 \times 5.5 =$