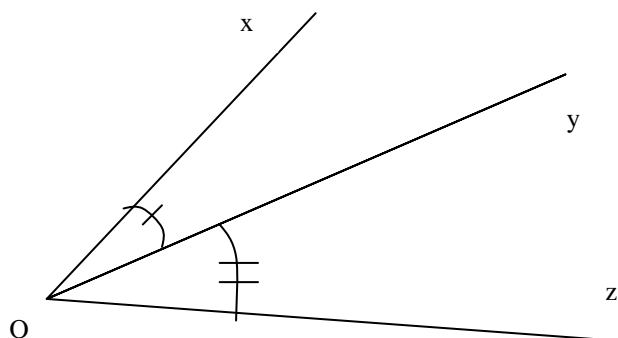


I) Angles adjacents , bissectrice d'un angle.

1) Angles adjacents.

♥ Df: Deux angle adjacents sont deux angles ayant leur sommet et un côté en commun, et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

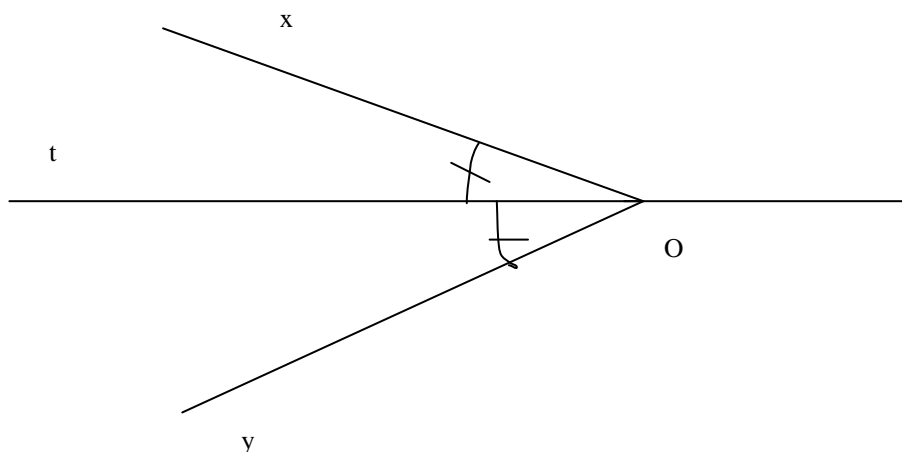


\widehat{xOy} et \widehat{yOz} sont deux angles adjacents

2) Bissectrice d'un angle.

♥ Df: La bissectrice d'un angle est une droite passant par le sommet de l'angle, le partageant en deux angles adjacents de même mesure.

Construction au compas :

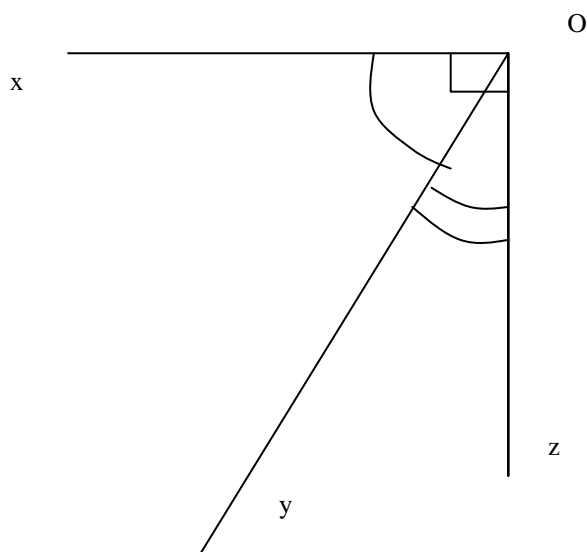


(Ot) est la bissectrice de l'angle \widehat{xOy} , donc \widehat{xOt} et \widehat{tOy} sont deux angles adjacents égaux.

II) Angles complémentaires, angles supplémentaires.

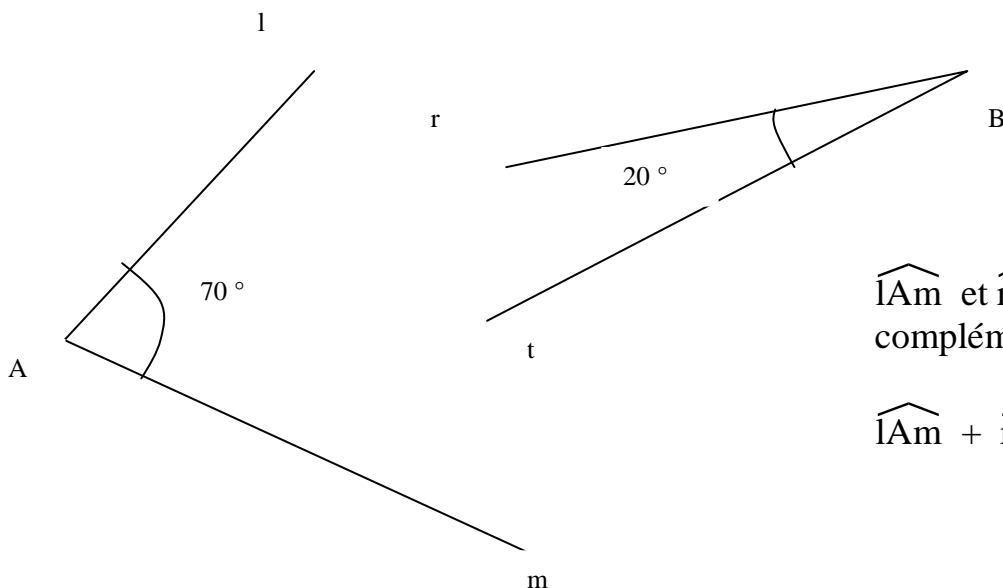
1) Angles complémentaires.

♥ Df : Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme est égale à 90°



\widehat{xOy} et \widehat{yOz} sont deux angles adjacents et complémentaires:

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 90^\circ$$

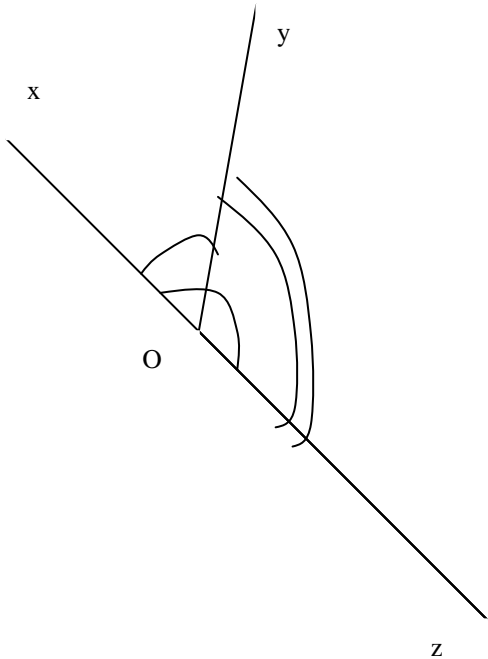


\widehat{lAm} et \widehat{rBt} sont deux angles complémentaires:

$$\begin{aligned} \widehat{lAm} + \widehat{rBt} &= 70^\circ + 20^\circ \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

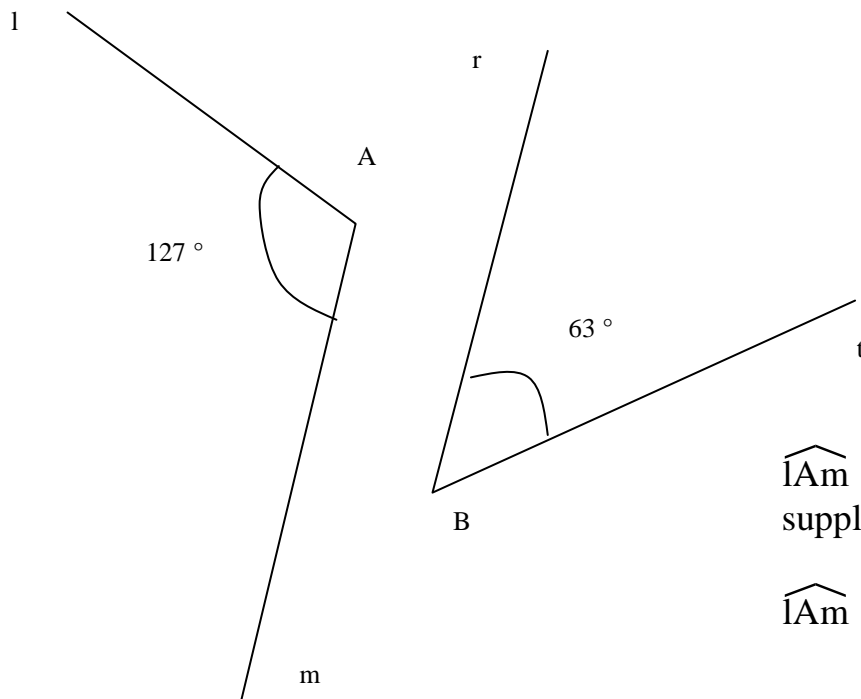
2) Angles supplémentaires.

♥ Df : Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme est égale à 180° .



\widehat{xOy} et \widehat{yOz} sont deux angles adjacents et supplémentaires:

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$$



\widehat{lAm} et \widehat{rBt} sont deux angles supplémentaires:

$$\begin{aligned} \widehat{lAm} + \widehat{rBt} &= 127^\circ + 63^\circ \\ &= 190^\circ \end{aligned}$$

III) Paires d'angles formées par deux ou trois droites.

1) Angles opposés par le sommet.

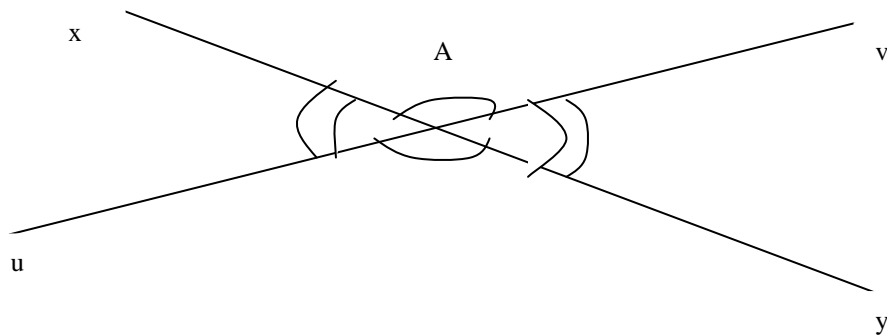
Df: Deux angles opposés par le sommet sont deux angles formés par deux droites sécantes tels que

- Ils ont le même sommet
- Ils ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

Deux angles opposés par le sommet sont symétriques par rapport à ce sommet, donc ils sont de la même mesure.



Prop 1: Si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils ont la même mesure.



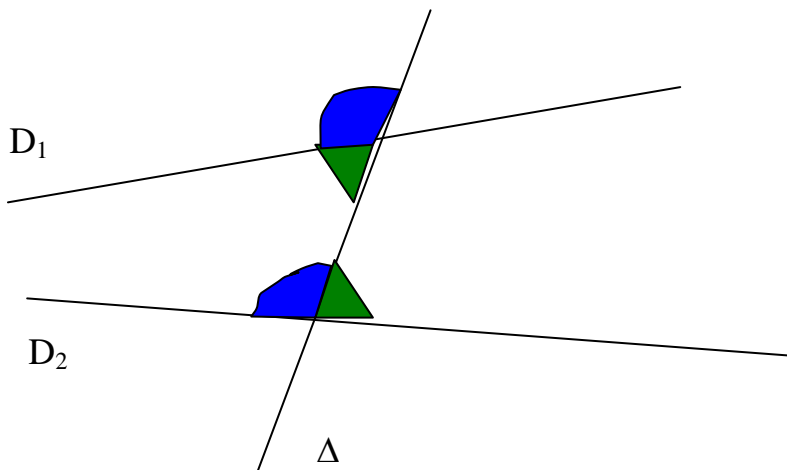
\widehat{xAu} et \widehat{vAy} sont opposés par le sommet donc $\widehat{xAu} = \widehat{vAy}$

\widehat{xAv} et \widehat{uAy} sont opposés par le sommet donc $\widehat{xAv} = \widehat{uAy}$

3) Angles alternes internes et angles correspondants.

Df: Les angles alternes internes et les angles correspondants sont deux paires d'angles formées par deux droites coupées par une autre droite sécante.

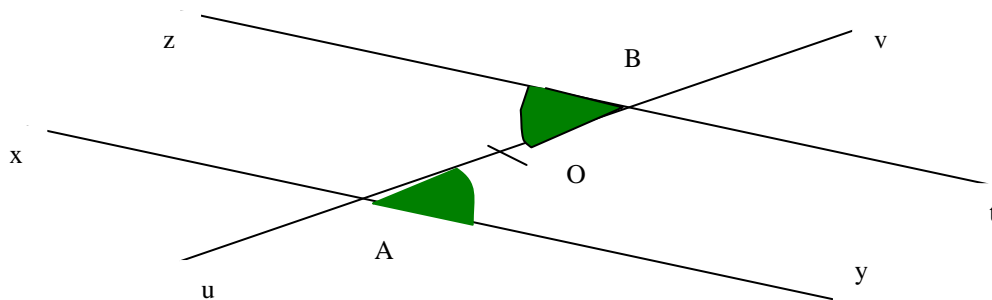
- Les angles alternes internes sont situés de part et d'autre de la sécante, entre les deux droites.
- Les angles correspondants sont situés du même côté de la sécante, l'un entre les deux droites, l'autre non.



Les angles représentés en bleu sont correspondants.

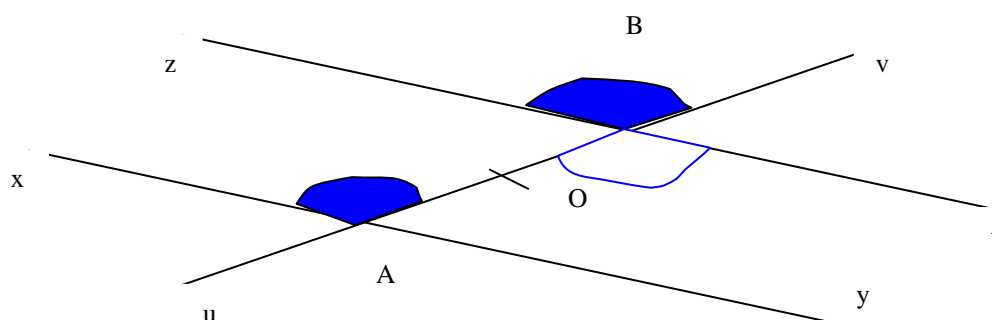
Les angles représentés en vert sont alterne internes

♥ Prop 2 : Si deux droites sont parallèles et sont coupées par une sécante, alors elles forment des angles alterne internes égaux.



\widehat{zBA} et \widehat{BAy} sont symétriques par rapport au milieu O du segment [AB, donc il sont égaux.]

♥ Prop 3 : Si deux droites sont parallèles et sont coupées par une sécante, alors elles forment des angles correspondants égaux. égaux.



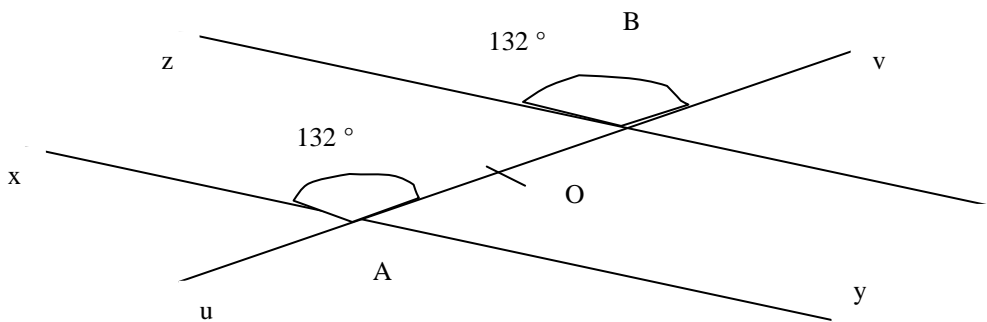
\widehat{xAv} et \widehat{uOt} sont symétriques par rapport à O donc ils sont égaux.
 \widehat{uOt} et \widehat{zBv} sont symétriques par rapport à B donc ils sont égaux.

$\widehat{xAv} = \widehat{uOt}$ et $\widehat{uOt} = \widehat{zBv}$ donc $\widehat{xAv} = \widehat{zBv}$

♥ Prop 2' réciproque: Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes internes égaux, alors ces droites sont parallèles.

♥ Prop 3' réciproque: Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles correspondants égaux, alors ces droites sont parallèles.

Exemple:

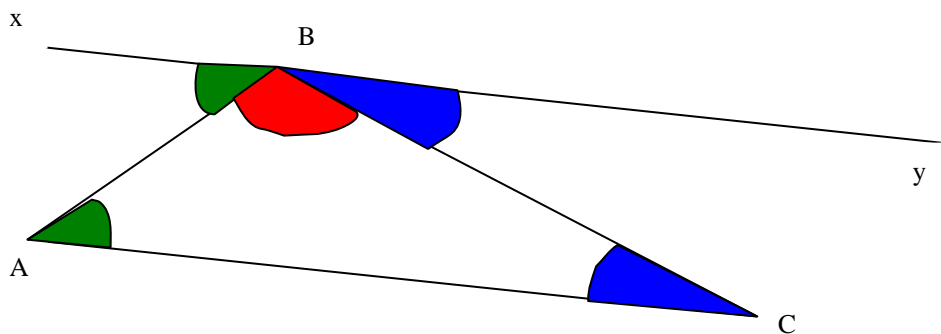


Puisque \widehat{xAv} et \widehat{zBv} sont alternes internes et égaux tous les deux à 132° , alors les droites (xy) et (zt) sont parallèles.

IV) Somme des angles d'un triangle.

1) Cas général: triangle quelconque.

Soit un triangle quelconque ABC et (xy) la droite parallèle à $[AC]$ passant par B



\widehat{BAC} et \widehat{xBA} sont alternes internes donc $\widehat{BAC} = \widehat{xBA}$

\widehat{ACB} et \widehat{CBy} sont alternes internes donc $\widehat{ACB} = \widehat{CBy}$

$$\widehat{xBA} + \widehat{ABC} + \widehat{CBx} = \widehat{xBy} = 180^\circ$$

$$\text{Donc } \widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$$

♥ Prop: La somme des angles d'un triangle vaut 180°

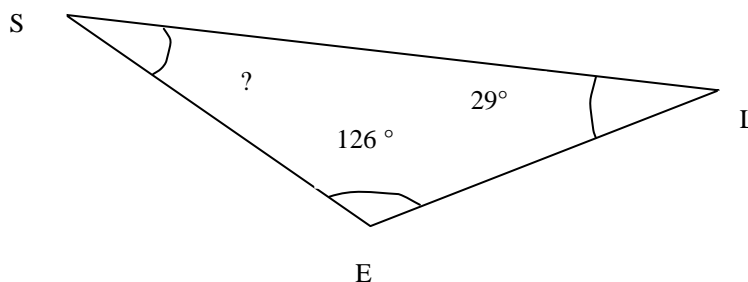
2) Application.: Dans un triangle, calculer un angle connaissant la mesure des deux autres.

Je sais que la somme des angles d'un triangle vaut 180° , donc

$$\widehat{ESL} = 180 - (126 + 29)$$

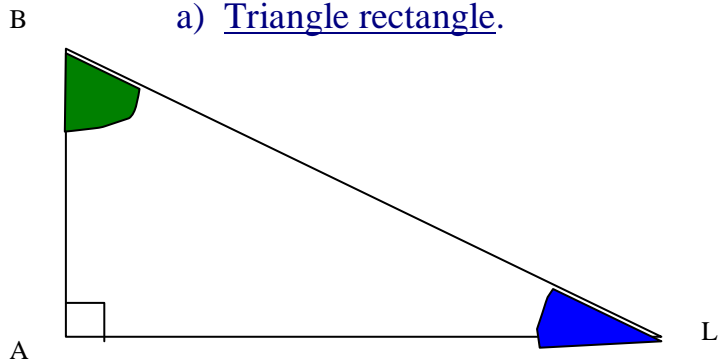
$$\widehat{ESL} = 180 - 155$$

$$\boxed{\widehat{ESL} = 25^\circ}$$



2) Cas des triangles particuliers.

a) Triangle rectangle.



La somme des angles d'un triangle vaut 180° . Donc dans le triangle BAL, $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$

$$\text{Donc } 90 + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$\text{Donc } \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Donc \widehat{B} et \widehat{C} sont complémentaires.

♥ Prop: Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.

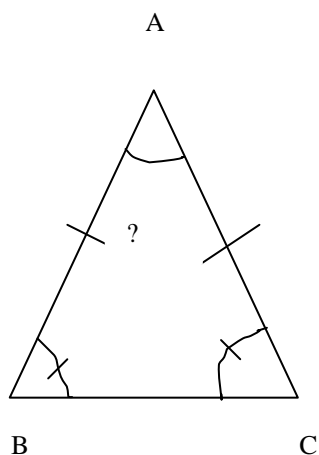
b) Triangle isocèle.

Un triangle isocèle admet un axe de symétrie qui est la médiatrice de sa base. Les angles à la base sont donc symétriques par rapport à cette médiatrice, donc ils sont égaux.

♥ Prop: Si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux.

♥ Prop: Réciproque: Si un triangle a deux angles égaux, alors il est isocèle.

Exemple 1



Dans un triangle isocèle les angles à la base sont égaux. Donc dans le triangle ABC isocèle de sommet A, $\hat{B} = \hat{C} = 41^\circ$

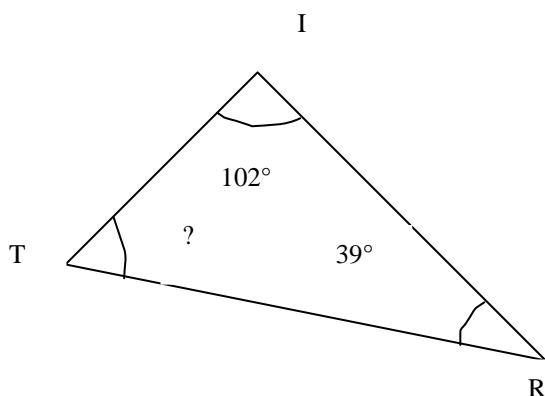
Dans un triangle la somme des angles vaut 180°

Donc dans le triangle ABC, $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

Donc $\hat{A} + 41 + 41 = 180^\circ$

Donc $\hat{A} = 180 - 41 - 41 = 180 - 82 = \boxed{98^\circ}$

Exemple 2



Quelle est la nature du triangle TIR?

Dans le triangle TIR, la somme des angles vaut 180° . Donc $\hat{T} + \hat{I} + \hat{R} = 180^\circ$

Donc $\hat{T} = 180 - \hat{I} - \hat{R} = 180 - 102 - 39$

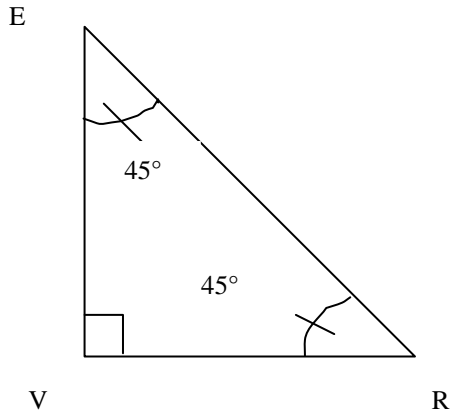
Donc $\hat{T} = 180 - 141 = 39^\circ$

Donc dans le triangle TIR, $\hat{T} = \hat{R} = 39^\circ$

Donc le triangle TIR est isocèle de sommet I

c) Triangle rectangle isocèle.

Un triangle rectangle isocèle est un demi carré.



Dans le triangle VER isocèle de sommet V, les angles à la base sont égaux.

$$\text{Donc } \hat{E} = \hat{R}.$$

Dans le triangle VER, rectangle en V, les angles aigus sont complémentaires, donc

$$\hat{E} + \hat{R} = 90^\circ$$

$$\text{Donc } \hat{E} = \hat{R} = \frac{90}{2} = 45^\circ$$



Prop:

Dans un triangle rectangle isocèle, les angles aigus valent chacun 45°



Prop: Réciproque:

Dans un triangle si les angles aigus valent chacun 45° alors ce triangle est isocèle rectangle.

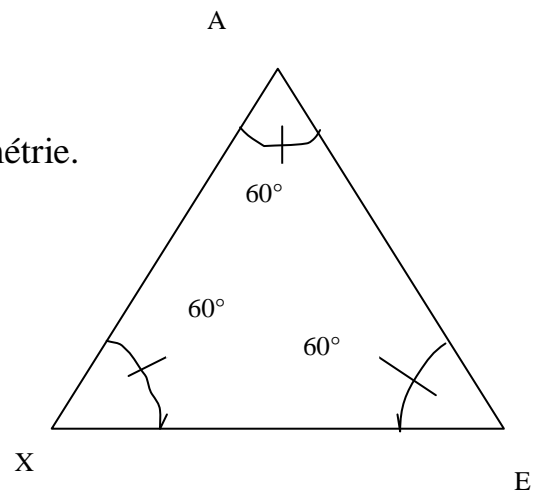
d) Triangle équilatéral.

Le triangle équilatéral admet 3 axes de symétrie.

Il a donc trois angle égaux.

Comme la somme de ses angles vaut 180° , alors chacun de ses angle

vaut $\frac{180}{3}$ c'est à dire 60° .



Prop:

Dans un triangle équilatéral, tous les angles sont égaux à 60°



Prop: Réciproque:

Dans un triangle si deux angles valent chacun 60° alors ce triangle est équilatéral.